SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





ARITMÉTICA

Tema: POTENCIACION Y RADICACION

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

OBJETIVOS

1. Estudiar los cuadrados y los cubos perfectos con sus respectivos criterios de inclusión y exclusión.

2. Estudiar la raíz cuadrada y raíz cúbica tanto por defecto como por exceso y sus propiedades.

3. Recordar el algoritmo para determinar la raíz cuadrada.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

POTENCIACIÓN EN LOS :

Es una operación matemática que consiste en multiplicar varias veces un mismo número.

Ejemplos:

$\underbrace{4\times4\times4\times4\times4}_{5\ factores}=¿\ 4^5$ — Potencia perfecta de grado 5

$\underbrace{7\times7\times7}_{3\ factores}=¿\ 7^3$ — Potencia perfecta de grado 3

En general:

$$P=¿\ \underbrace{a\times a\times a\times a\times\ldots\times a}_{n\,veces}=¿\ a^n$$

Donde:

P: *Potencia perfecta de grado n*

a: *Base de la potencia*

n: *Exponente de la potencia*

Teorema fundamental:

Toda potencia perfecta de grado , tiene por condición necesaria y suficiente que los exponentes de su descomposición canónica sean múltiplos de .

Ejemplos:

$1728=¿\ 2^6\times3^3$ (Exponentes °)

Por tanto, 1728 es potencia perfecta de grado 3.

$324=¿\ 2^2\times3^4$ (Exponentes °)

Por tanto, 324 es potencia perfecta de grado 2.

$216000=¿\ 2^6\times3^3\times5^3$ (Exponentes °)

Por tanto, 216 000 es po-tencia perfecta de grado 3.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

CASOS PARTICULARES:

a) Cuadrados perfectos o potencias perfectas de grado 2:

Son aquellos valores enteros cuya descomposición canónica presenta exponentes pares, y se denotan como .

Ejemplos:

$$784=¿\ 2^4\times 7^2=¿\ (2^2\times 7)^2=¿\ 28^2$$

$$99225=¿\ 3^4\times 5^2\times 7^2=¿\ (3^2\times 5\times 7)^2=¿\ 315^2$$

En general:

$$k^2=a^{2\square}\times b^{2\square}\times c^{2\square}$$

Dado que todos los exponentes son pares:

$$CD(k^2)=\underbrace{(2\square+1)(2\square+1)(2\square+1)}_{\text{Impar}}$$

Aplicación 1: (Ex. UNI 2011 – II)

Sea:

Si la cantidad de divisores de es impar. ¿Cuántos valores puede tomar ?

Resolución:

Piden: La cantidad de valores que puede tomar

Si: es impar → es cuadrado perfecto.

$$N=¿\ \overline{ab}¿1\times 2+2\times 3+3\times 4+\ldots+8\times 9¿\ ¿k^2$$

$$N=¿\ \frac{8\times 9\times 10}{3}(\overline{ab})\ ¿8\times 3\times 10(\overline{ab})\ ¿k^2$$

$$N=2^4\times 3\times 5\times\overline{ab}\ \rightarrow\ 3\times 5\times n^2$$

$$n\in\{1;2\}$$

Por lo tanto hay 2 valores posibles.

Respuesta: 2

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

b) Cubos perfectos o potencias perfectas de grado 3:

Son aquellos valores enteros cuya descomposición canónica presenta exponentes múltiplos de 3, y se denotan como .

Ejemplos:

$$8000=\text{¿}\ 2^{6}\times5^{3}=\text{¿}\ (2^{2}\times5)^{3}=\text{¿}\ 20^{3}$$

$$216000=\text{¿}\ 2^{6}\times3^{3}\times5^{3}=\text{¿}\ (2^{2}\times3\times5)^{3}=\text{¿}\ 60^{3}$$

En general:

$$k^{3}=a^{3\square}\times b^{3\square}\times c^{3\square}$$

Nota:
Si una expresión es cuadrado perfecto y cubo perfecto al mismo tiempo, la expresión se considera como potencia perfecta de grado 6.

Criterios de inclusión y exclusión de cuadrados y cubos perfectos:

a) Por su última cifra:

	…0	…1	…2	…3	…4	…5	…6	…7	…8	…9
	…0	…1	…4	…9	…6	…5	…6	…9	…4	…1
	…0	…1	…8	…7	…4	…5	…6	…3	…2	…9

Se observa que:

- Los cuadrados perfectos pueden terminar en las cifras o .
- Los cuadrados perfectos no pueden terminar en las cifras u .
- No hay ninguna restricción para los cubos perfectos.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

b) Por su terminación en cifra 5:

Para cuadrados perfectos:

$$\left(\overline{ab5}\right)^2 = ¿\ \overline{pqr25}$$

Donde:

$$\overline{pqr} = \overline{ab} \times \left(\overline{ab} + 1\right)$$

Además: $r \in \{0;2;6\}$

Ejemplos: $95^2 = ¿\ 90\,25$ (9×10) $\qquad 205^2 = ¿\ 420\,25$ (20×21)

Para cubos perfectos:

$$\left(\overline{ab5}\right)^3 = ¿\ \overline{pqrt5}$$

Donde:

$$Si\ b\ es\ impar \rightarrow t = 7$$

$$Si\ b\ es\ par \rightarrow t = 2$$

Ejemplos: $55^3 = ¿\ 166375$ $\qquad 65^3 = ¿\ 274625$

c) Por su terminación en cifras 0:

$$Sea: N = \overline{ab \ldots c\underbrace{00 \ldots 0}_{n\,cifras}}$$

Entonces:

será cuadrado perfecto, si:

$$n: es\ una\ cantidad\ par$$

$$\overline{ab \ldots c} = k^2$$

será cubo perfecto, si:

$$n: es\ una\ cantidad\ \overset{o}{3}$$

$$\overline{ab \ldots c} = k^3$$

Ejemplos:

$640\,000$

Es cuadrado perfecto porque y tiene 4 ceros.

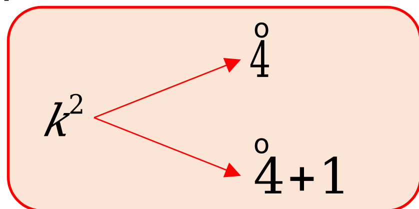
$81\,000\,000$

Es cubo perfecto porque y tiene 6 ceros.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

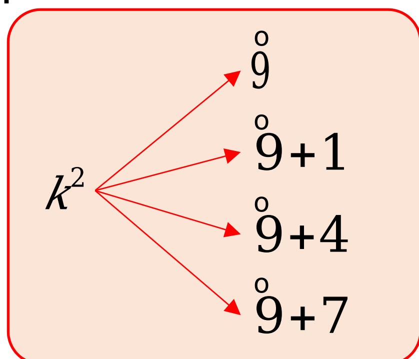
d) Por divisibilidad:

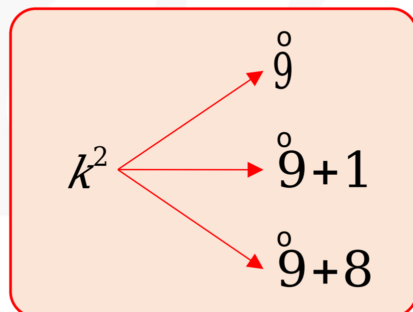
Respecto al módulo 4:



$k^3 \neq \overset{o}{4}+2$

Respecto al módulo 9:





Nota:

Un número que cumpla con las condiciones anteriores, no necesariamente es un cuadrado o cubo perfecto..

Ejemplos:

$17 ¿ \overset{o}{4}+1$ Pero 17 no es cuadrado ni cubo perfecto.

$46 ¿ \overset{o}{9}+1$ Pero 46 no es cuadrado ni cubo perfecto.

Aplicación 2: (Ex. UNI 2016 – II)

Sean tales que . Entonces el valor de es:

Resolución:

Piden: El valor de

Buscando dos cubos perfectos que acoten a

$8000 < ¿ \overline{1c8ab} ¿ 27000$ Extrayendo raíz cúbica

$20 < ¿ \overline{ab} ¿ 30$

Se observa, además, que: $(\overline{ab})^3 = \overline{1c8ab}$

Por lo que:

$a=2$

$b=4$

$c=3$

21^3	9261
24^3	13824
25^3	15625
26^3	17576
29^3	24389

Por lo tanto, el valor buscado es:

$2b - a - c = ¿ 2(4) - 2 - 3 = ¿ 3$

Respuesta: 3

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

RADICACIÓN EN LOS :

Es la operación contraria a la potenciación.

En general:

$$\sqrt[INDICE]{RADICANDO} = Raíz\ enésima$$

Ejemplos:

$\sqrt[3]{343} = 7$	Porque	$7^3 = 343$
$\sqrt[4]{256} = 4$	Porque	$4^4 = 256$
$\sqrt{64} = 8$	Porque	$8^2 = 64$

Nota:
Si la raíz enésima es exacta, entonces dicho número es una potencia perfecta de grado .

CASOS PARTICULARES:

a) Raíz cuadrada:

Raíz cuadrada exacta:

$\sqrt{256}$ | 16, residuo 0

$\sqrt{N}$ | k, residuo 0 ⟹ $N = k^2$

Raíz cuadrada inexacta:

$\sqrt{180}$ | 13, residuo 11 — Por defecto

$\sqrt{180}$ | 14, residuo 16 — Por exceso

Por defecto:

$\sqrt{N}$ | k, residuo r_d ⟹ $N = k^2 + r_d$

Por exceso:

$\sqrt{N}$ | k, residuo r_e ⟹ $N = k^2 - r_e$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Propiedades de la raíz cuadrada inexacta:

$r_{mín}=1$ $r_{máx}=2k$ $r_d+r_e=2k+1$

b) Raíz cúbica:

Raíz cúbica exacta:

$\sqrt[3]{729}$ | 9
0 |

$\sqrt[3]{N}$ | k
0 |

$\Rightarrow N=k^3$

Raíz cuadrada inexacta:

$\sqrt[3]{240}$ | 6
24 |

Por defecto

$\sqrt[3]{240}$ | 7
103 |

Por exceso

Por defecto:

$\sqrt[3]{N}$ | k
r_d |

$\Rightarrow N=k^3+r_d$

Por exceso:

$\sqrt[3]{N}$ | k
r_e |

$\Rightarrow N=k^3-r_e$

Propiedades de la raíz cúbica inexacta:

$r_{mín}=1$ $r_{máx}=3k(k+1)$

$r_d+r_e=3k(k+1)+1$

Aplicación 3:

Al extraer la raíz cúbica de se obtuvo como residuo por defecto 259 y residuo por exceso 12. Calcule .

Resolución:

Piden: El valor de

$\overline{abc}=¿\ k^3+259=¿\ (k+1)^3-12$ $\begin{cases} r_d=259 \\ r_e=12 \end{cases}$

$r_d+r_e=¿\ 3k(k+1)+1=¿\ 259+12$

$k(k+1)=¿\ 90 \longrightarrow k=9$

Luego:

$\overline{abc}=¿\ 9^3+¿\ 259=¿\ 988 \longrightarrow a=9 \quad b=8$

$a\times b=¿\ 72$

Respuesta: 72

Aplicación 4: (Ex. UNI 2018 – I)

Halle la suma de los dígitos del radicando, donde la diferencia de los dígitos del residuo es 2, además se tiene la siguiente información:

Donde cada indica un dígito.

Resolución:

$\sqrt{1\ 62\ 05\ 49}$ → raíz: 1 2 7 3

1

62
44

18 05
17 29

76 49
76 29

20

2 2 ×2 = 44

24 7 ×7 = 1729

254 3 ×3 = 7629

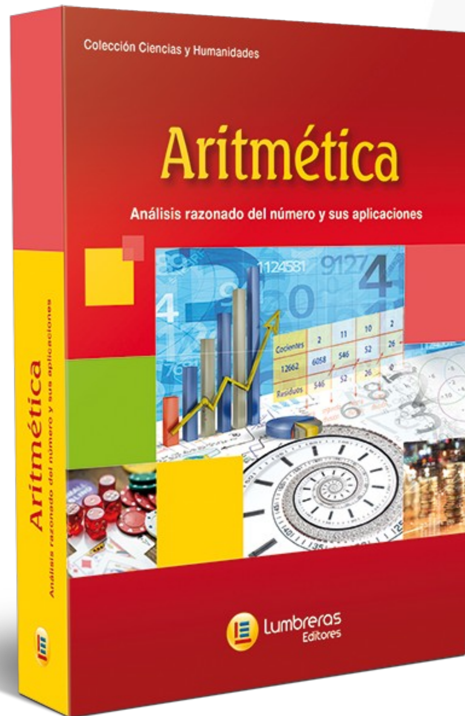
Luego, el radicando es: 1620549

Cuya suma de cifras es: 27

Respuesta: 27

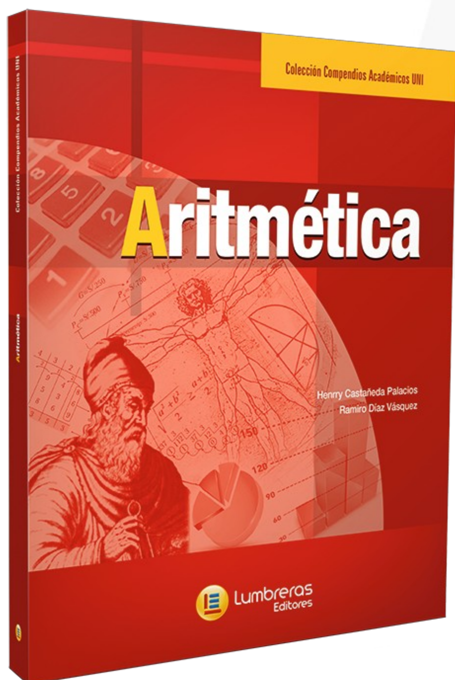
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe